

EWA DZIAWGO

## ANALIZA WRAŻLIWOŚCI CENY AZJATYCKIEJ OPCJI KUPNA

**Słowa kluczowe:** opcja kupna, opcja azjatycka

**Keywords:** call option, Asian option

**Klasyfikacja JEL:** G23

### Wprowadzenie

Rosnąca zmienność warunków rynkowych wpływa na wzrost ryzyka związanego z prowadzeniem działalności gospodarczej. Chcąc utrzymać pozycję rynkową w konkurencyjnym otoczeniu, firmy zmuszone są do poszukiwania i stosowania nowych metod i instrumentów zarządzania ryzykiem, których profesjonalne wdrożenie w procesie zarządzania wartością przyczyniłoby się do poprawy wyników finansowych. Opcje, z uwagi na niesymetryczność praw i obowiązków nałożonych na strony transakcji, są szczególnym instrumentem zarządzania ryzykiem<sup>1</sup>. Nabywca opcji ma prawo realizacji kontraktu, natomiast wystawca opcji ma obowiązek realizacji umowy, o ile opcja będzie wykonywana. Nabywca opcji płaci wystawiającemu premię. Opcja ma więc charakter instrumentu ubezpieczeniowego.

W analizie ryzyka kontraktów opcyjnych istotne znaczenie ma rozpatrywanie wartości greckich współczynników. Są one miarami wrażliwości ceny opcji. Określają wpływ zmiany wartości określonego czynnika ryzyka na cenę opcji. Miarami wrażliwości ceny opcji są współczynniki: delta, gamma, vega, theta oraz rho.

W artykule przedstawiono analizę kształtowania się ceny oraz wartości greckich współczynników azjatyckich geometrycznych opcji kupna oraz zwykłych opcji kupna. Ilustracja empiryczna, zawarta w artykule, przedstawiona jest na podstawie symulacji wyceny opcji walutowych, wystawionych na EUR/PLN.

---

<sup>1</sup> J.C. Hull: *Options, Futures and Other Derivatives*, Prentice Hall International, Inc. 2002, s. 193; K. Jajuga: *Zarządzanie ryzykiem*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2007, s. 73; W. Tarczyński, M. Zwolankowski: *Inżynieria finansowa*, Agencja Wydawnicza Placet, Warszawa 1999, s. 75; E. Dziawgo: *Wprowadzenie do strategii opcyjnych*, Wydawnictwo Naukowe UMK, Toruń 2010, s. 220.

### Azjatycka opcja kupna – charakterystyka instrumentu

Nabywca opcji kupna ma prawo zakupu określonego instrumentu bazowego w określonym czasie (jest to czas wykonania) po określonej cenie (cena wykonania). Opcje azjatyckie należą do klasy opcji uwarunkowanych. Cena opcji azjatyckiej zależy od trajektorii ceny instrumentu bazowego. Na wartość funkcji wypłaty opcji azjatyckiej ma wpływ średnia cena instrumentu bazowego osiągnięta w okresie ważności opcji<sup>2</sup>. Funkcja wypłaty azjatyckiej opcji kupna ma postać:

$$W_c = \max[0; \bar{S}_t - K] \quad (1)$$

gdzie:

- $W_c$  – wartość funkcji wypłaty azjatyckiej opcji kupna,
- $\bar{S}_t$  – średnia (geometryczna) cena instrumentu bazowego,
- $K$  – cena wykonania,  $t \in [0; T]$ ,
- $T$  – czas wygaśnięcia opcji.

Model Vorsta wyceny azjatyckiej – geometrycznej opcji kupna jest w postaci<sup>3</sup>:

$$C_t = S_t e^{-0,5\tau(r+q+\frac{\sigma^2}{6})} N(d_1) - KN(d_2) \quad (2)$$

gdzie:

- $C_t$  – cena azjatyckiej (geometrycznej) opcji kupna,
- $\tau$  – czas, który pozostał do wygaśnięcia opcji,
- $r$  – stopa procentowa wolna od ryzyka,
- $q$  – stopa dywidendy instrumentu bazowego,
- $\sigma$  – zmienność ceny instrumentu bazowego,
- $N(d)$  – wartość dystrybuanty rozkładu normalnego zmiennej  $d$ ,

$$d_1 = \frac{\ln \frac{S_t}{K} + 0,5\tau(r - q - 0,5\sigma^2)}{\sigma \sqrt{\frac{\tau}{3}}}, \quad d_1 = d_2 + \sigma \sqrt{\frac{\tau}{3}},$$

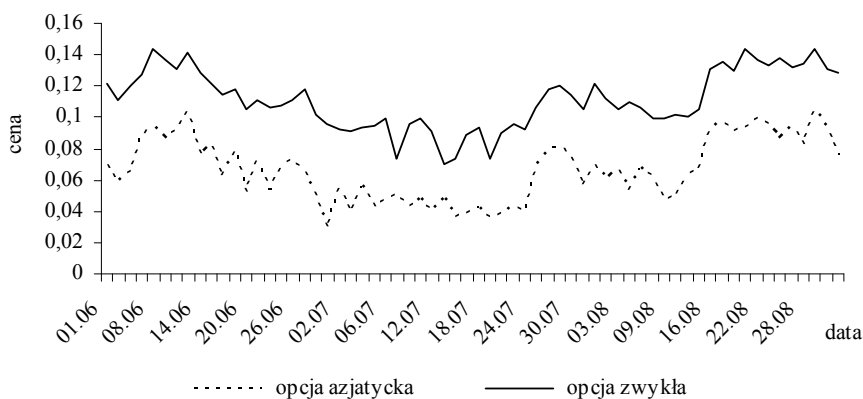
pozostałe oznaczenia jak we wzorze (1).

Na rysunku 1 przedstawiono kształtowanie się ceny azjatyckiej opcji kupna oraz zwykłej opcji kupna. Opcje wystawione są na EUR/PLN. Symulacja wyceny przeprowadzona

<sup>2</sup> A. Napiórkowski: *Charakterystyka, wycena i zastosowanie wybranych opcji egzotycznych*, NBP Departament Analiz i Badań, Warszawa 2002, s. 97; E. Dziawgo: *Charakterystyka opcji azjatyckich*, [w:] *Zarządzanie finansami firm – teoria i praktyka*, red. B. Bernaś, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu, Wrocław 2009, s. 173.

<sup>3</sup> E. Briys, M. Bellah, H.M. Mai, F. Varenne: *Options, Futures and Exotic Derivatives*, John & Sons, Chichester 1998, s. 413.

jest dla okresu 1.06.2007–31.08.2007. Termin wygaśnięcia opcji wynosi 6 miesięcy. Cena wykonania wynosi 3,78 zł. W analizowanym przypadku opcja kupna była typu *nie-w-cenie* w okresie 28.06.2007–24.07.2007 oraz 8.08.2007–13.08.2007 roku<sup>4</sup>. W pozostałym rozpatrywanym okresie opcja kupna była typu *w-cenie*.



Rysunek 1. Kształtowanie się ceny azjatyckiej opcji kupna oraz zwykłej opcji kupna (zł)

Źródło: opracowanie własne.

Z analizy kształtowania się cen przedstawionych na rysunku 1 wynikają następujące własności ceny azjatyckiej opcji kupna:

- opcja azjatycka jest znacznie tańsza od opcji zwykłej,
- wzrost ceny instrumentu bazowego wpływa na wzrost ceny zwykłej opcji oraz azjatyckiej opcji kupna,
- spadek ceny instrumentu bazowego wpływa na spadek ceny zwykłej opcji oraz azjatyckiej opcji kupna,
- większe wahania ceny opcji azjatyckiej występują w przypadku, kiedy opcja jest typu *w-cenie*,
- jeśli opcja azjatycka jest typu *nie-w-cenie*, to wówczas występują mniejsze wahania jej ceny.

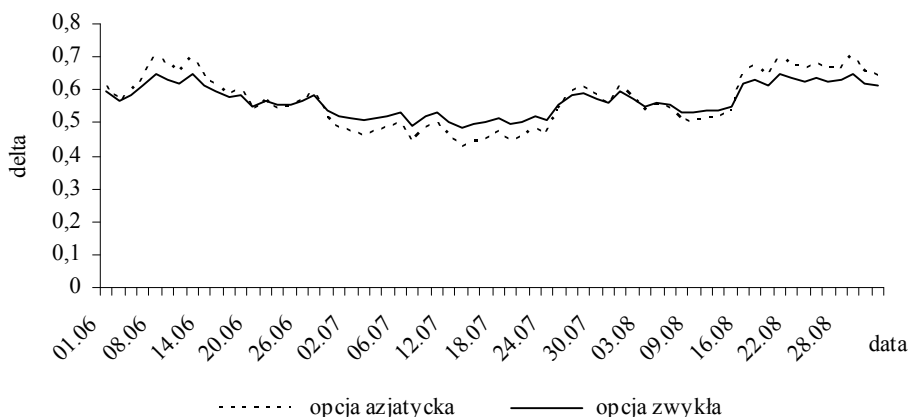
<sup>4</sup> Opcja kupna jest typu *w-cenie* (ang. *in-the-money*), jeśli bieżąca cena instrumentu bazowego jest większa od ceny wykonania. Opcja kupna jest typu *nie-w-cenie* (ang. *out-of-the-money*), jeśli bieżąca cena instrumentu bazowego jest mniejsza od ceny wykonania. Opcja kupna jest typu *po-cenie* (ang. *at-the-money*), jeśli bieżąca cena instrumentu bazowego jest równa cenie wykonania.

## Wrażliwość ceny azjatyckiej opcji kupna – ilustracja empiryczna

### Współczynnik delta

Współczynnik delta określa o ile zmieni się cena opcji, gdy cena instrumentu bazowego zmieni się o jednostkę. Współczynnik delta zwykłej opcji kupna przyjmuje wartości dodatnie. Oznacza to, że wzrost/spadek ceny instrumentu bazowego wpływa na wzrost/spadek ceny opcji. Wartości współczynnika delta opcji kupna zawarte są w przedziale [0; 1]. Wartości współczynnika delta zwykłych opcji typu *silnie-w-cenie* zmierzają do 1. Z kolei wartości współczynnika delta opcji kupna typu *silnie-nie-w-cenie* maleją do zera.

Na rysunku 2 przedstawiono kształtowania się wartości współczynnika delta analizowanej azjatyckiej i zwykłej opcji kupna.



Rysunek 2. Kształtowanie się wartości współczynnika delta azjatyckiej opcji kupna oraz zwykłej opcji kupna

Źródło: opracowanie własne.

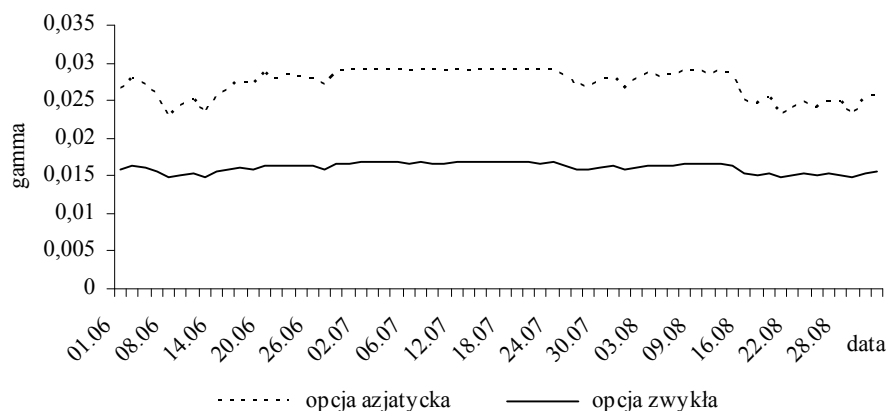
Z analizy kształtowania się wartości współczynnika delta wynika, że:

- wartości współczynnika delta azjatyckich opcji kupna są dodatnie; wynika stąd, że wzrost/spadek ceny instrumentu bazowego wpływa na wzrost/spadek ceny opcji,
- jeśli opcja jest typu *nie-w-cenie*, to wartości współczynnika delta opcji azjatyckiej są mniejsze od wartości współczynnika delta opcji zwykłej – świadczy to o mniejszej wrażliwości ceny opcji azjatyckiej na zmianę ceny instrumentu bazowego,
- jeśli opcja jest typu *w-cenie*, to wartości współczynnika delta opcji azjatyckiej są większe od wartości współczynnika delta opcji zwykłej – oznacza to, że cena opcji azjatyckiej jest wówczas bardziej wrażliwa na wahania ceny instrumentu bazowego.

### Współczynnik gamma

Współczynnik gamma określa względną zmianę współczynnika delta względem zmiany ceny instrumentu bazowego. Największa wartość współczynnika gamma zwykłej opcji kupna występuje w przypadku, kiedy opcja jest typu *po-cenie*. Wówczas najmniejsza zmiana ceny instrumentu bazowego wpływa na znaczną zmianę wartości współczynnika delta. Wartości współczynnika gamma zwykłej opcji kupna typu *silnie-w-cenie* oraz *silnie-nie-w-cenie* maleją do zera. W tym przypadku wartość współczynnika delta jest najmniej wrażliwa na zmianę ceny instrumentu bazowego.

Na rysunku 3 przedstawiono kształtowanie się wartości współczynnika gamma rozpatrywanej azjatyckiej i zwykłej opcji kupna.



Rysunek 3. Kształtowanie się wartości współczynnika gamma azjatyckiej opcji kupna oraz zwykłej opcji kupna

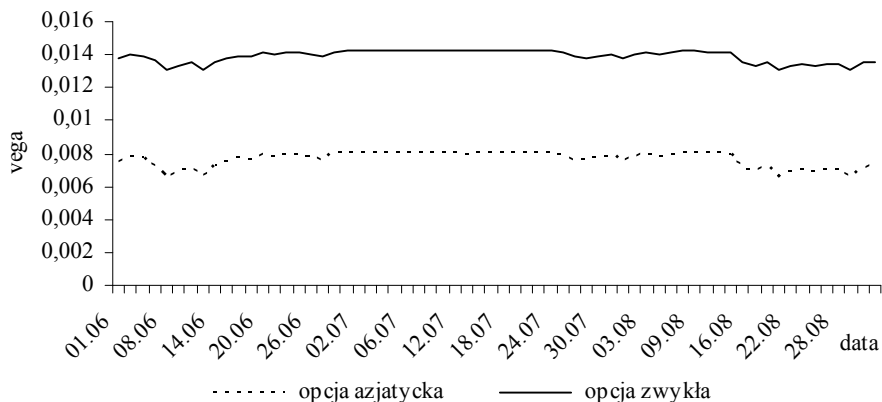
Źródło: opracowanie własne.

Wartości współczynnika gamma azjatyckiej opcji kupna są większe od wartości współczynnika gamma opcji zwykłej. Wynika stąd, że wartości współczynnika delta opcji azjatyckiej są bardziej wrażliwe na zmianę ceny instrumentu bazowego.

### Współczynnik vega

Współczynnik vega określa wpływ wahań zmienności ceny instrumentu bazowego na cenę opcji. Współczynnik vega zwykłej opcji kupna jest dodatni. Wynika stąd, że wzrost/spadek zmienności ceny instrumentu bazowego wpływa na wzrost/spadek ceny opcji. Wysoka wartość współczynnika vega świadczy o znacznym wpływie wszelkich wahań zmienności ceny instrumentu bazowego na cenę opcji. Największą wartością współczynnika vega charakteryzują się opcje typu *po-cenie*. Wartości współczynnika vega opcji *silnie-w-cenie* oraz *silnie-nie-w-cenie* zmierzają do zera.

Na rysunek 4 przedstawiono kształtowanie się wartości współczynnika vega rozpatrywanej azjatyckiej i zwykłej opcji kupna.



Rysunek 4. Kształtowanie się wartości współczynnika vega azjatyckiej opcji kupna oraz zwykłej opcji kupna

Źródło: opracowanie własne.

Z analizy kształtowania się wartości współczynnika vega wynika, że:

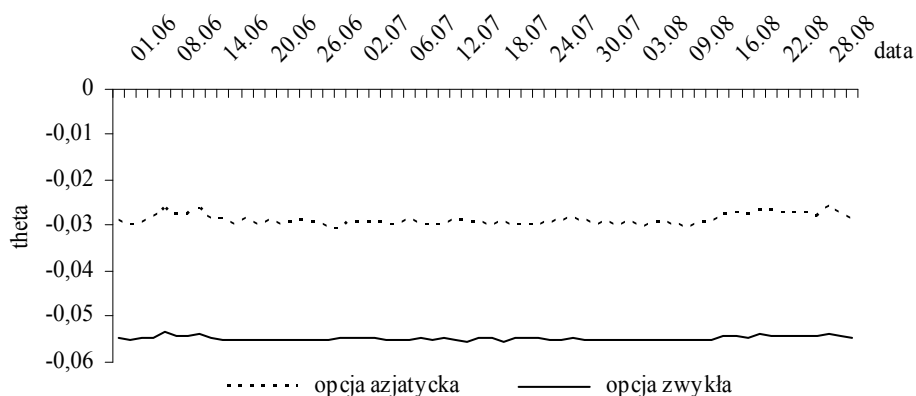
- wartości współczynnika vega azjatyckiej opcji kupna są dodatnie – wzrost/spadek zmienności ceny instrumentu bazowego wpływa na wzrost/spadek ceny opcji,
- wartości współczynnika vega opcji azjatyckiej są znacznie mniejsze od wartości współczynnika vega opcji zwykłej – świadczy to o mniejszej wrażliwości ceny opcji azjatyckiej na wahania zmienności ceny instrumentu bazowego,
- zbliżanie się średniej ceny instrumentu bazowego do ceny wykonania wpływa na wzrost wartości współczynnika vega – w tym przypadku cena opcji azjatyckiej jest bardziej wrażliwa na zmienność ceny instrumentu bazowego,
- najmniejsze wartości współczynnika vega występują w sytuacji, kiedy azjatycka opcja kupna jest *silnie-w-cenie* oraz *silnie-nie-w-cenie*.

### Współczynnik theta

Współczynnik theta jest miarą wpływu zmiany długości okresu do terminu wygaśnięcia na cenę opcji. Wartość współczynnika theta zwykłej opcji kupna jest prawie zawsze ujemna<sup>5</sup>, gdyż w miarę zbliżania się terminu wygaśnięcia, wartość opcji maleje.

Na rysunku 5 przedstawiono kształtowanie się wartości współczynnika theta analizowanej azjatyckiej i zwykłej opcji kupna.

<sup>5</sup> Dodatnia wartość współczynnika theta występuje w przypadku europejskiej walutowej opcji kupna typu *w-cenie* o bardzo wysokiej stopie procentowej.



Rysunek 5. Kształtowanie się wartości współczynnika theta azjatyckiej opcji kupna oraz zwykłej opcji kupna

Źródło: opracowanie własne.

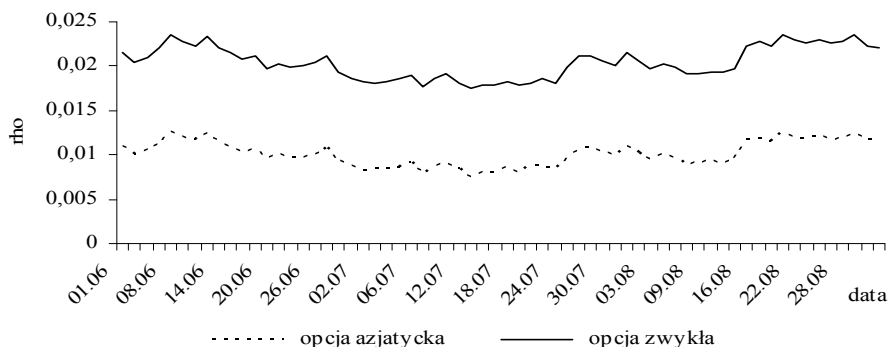
Z analizy kształtowania się wartości współczynnika theta wynikają następujące własności:

- współczynnik theta azjatyckiej opcji kupna przyjmuje wartości ujemne – zbliżanie się terminu wygaśnięcia wpływa na spadek ceny opcji,
- wartości współczynnika theta opcji azjatyckiej są większe od wartości współczynnika theta opcji zwykłej – świadczy to o mniejszej wrażliwości ceny opcji azjatyckiej na zbliżanie się terminu wygaśnięcia,
- w sytuacji, kiedy średnia cena instrumentu bazowego oscyluje wokół ceny wykonania, występuje spadek wartości współczynnika theta azjatyckiej opcji kupna – wówczas cena opcji jest najbardziej wrażliwa na upływający czas,
- w przypadku opcji *silnie-nie-w-cenie* oraz *silnie-w-cenie* występuje wzrost wartości współczynnika theta.

### Współczynnik rho

Współczynnik rho wskazuje, o ile zmieni się cena opcji kupna, gdy stopa procentowa aktywów wolnych od ryzyka zmieni się o jednostkę. Wartość współczynnika rho zwykłej opcji kupna jest dodatnia, co oznacza, że wzrost/spadek stopy procentowej wpływa na wzrost/spadek ceny opcji. Największymi wartościami współczynnika rho charakteryzują się opcje kupna typu *silnie-w-cenie*. Wartości współczynnika rho opcji kupna typu *silnie-nie-w-cenie* zbiegają do zera.

Na rysunku 6 przedstawiono kształtowanie się wartości współczynnika rho analizowanej azjatyckiej oraz zwykłej opcji kupna.



Rysunek 6. Kształtowanie się wartości współczynnika rho azjatyckiej opcji kupna oraz zwykłej opcji kupna

Źródło: opracowanie własne.

Z analizy kształtowania się wartości współczynnika rho wynikają następujące własności:

- współczynnik rho azjatyckiej opcji kupna przyjmuje wartości dodatnie: wzrost/spadek stopy procentowej ma wpływ na wzrost/spadek ceny opcji,
- wartości współczynnika rho opcji azjatyckiej są mniejsze od wartości współczynnika rho opcji zwykłej – świadczy to o mniejszej wrażliwości ceny opcji azjatyckiej na zmianę stopy procentowej,
- wzrost/spadek ceny instrumentu bazowego wpływa na wzrost/spadek wartości współczynnika rho.

## Podsumowanie

Opcje azjatyckie należą do klasy opcji uwarunkowanych, z których dochód zależy od średniej ceny instrumentu bazowego, osiągniętej w okresie ważności opcji. Zastosowanie w funkcji wypłaty średniej ceny instrumentu bazowego pozwala na minimalizację ryzyka związanego z manipulowaniem ceną instrumentu bazowego.

Opcje azjatyckie są instrumentami, które znajdują zastosowanie głównie w transakcjach zabezpieczających przed niekorzystną zmianą ceny instrumentu bazowego w przyszłości. Są tańsze od opcji zwykłych, przez co umożliwiają zmniejszenie kosztów strategii zabezpieczających. Istotne jest również to, że stosowanie opcji azjatyckich w transakcjach zabezpieczających nie wyklucza wykorzystania sprzyjających zmian ceny instrumentu bazowego. W porównaniu ze zwykłą opcją, cena opcji azjatyckiej jest mniej wrażliwa na wahania zmienności ceny instrumentu bazowego, zmianę stopy procentowej oraz zbliżanie się terminu wygaśnięcia opcji, natomiast w przypadku azjatyckiej opcji typu *w-cenie*, wartości współczynnika delta ulegają znacznie większym wahanom w czasie. Oznacza to, że cena



tego typu opcji jest wówczas bardziej wrażliwa na wahania ceny instrumentu bazowego. Niewątpliwie zwiększa to atrakcyjność opcji azjatyckich jako instrumentu transakcji spekulacyjnych.

### Literatura

- Briys E., Bellah M., Mai H.M., Varenne F.: *Options, Futures and Exotic Derivatives*, John & Sons, Chichester 1998.
- Dziawgo E.: *Charakterystyka opcji azjatyckich*, [w:] *Zarządzanie finansami firm – teoria i praktyka*, red. B. Bernaś, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu, Wrocław 2009.
- Dziawgo E.: *Wprowadzenie do strategii opcyjnych*, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Mikołaja Kopernika w Toruniu, Toruń 2010.
- Hull J.C.: *Options, Futures and Other Derivatives*, Prentice Hall International, Inc. 2002.
- Jajuga K.: *Zarządzanie ryzykiem*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2007.
- Napiórkowski A.: *Charakterystyka, wycena i zastosowanie wybranych opcji egzotycznych*, NBP Departament Analiz i Badań, Warszawa 2002.
- Tarczyński W., Zwolankowski M.: *Inżynieria finansowa*, Agencja Wydawnicza Placet, Warszawa 1999.

dr Ewa Dziawgo  
Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu

### Streszczenie

Opcje azjatyckie należą do klasy opcji, których wartość zależy od średniej ceny instrumentu bazowego. W artykule przedstawiono zagadnienia związane z opcjami azjatyckimi: charakterystykę instrumentu, funkcje wypłaty, model wyceny, wpływ wybranych czynników na cenę i wartość greckich współczynników oraz analizę porównawczą ceny i wartości greckich współczynników azjatyckiej i zwykłej opcji kupna. Ilustracja empiryczna, zawarta w artykule, przedstawiona jest na podstawie symulacji wyceny opcji wystawionych na EUR/PLN.

### PRICE SENSITIVITY ANALYSIS OF THE ASIAN OPTION

#### Summary

Asian options are in the group of options based on the average price of the underlying instrument. The article presents the issues related to the Asian options: characteristics of the instrument, pay-off, pricing model, the influence of the selected factors on the options' price and on the value of Greek coefficients, as well as the comparative analysis of the prices and the value Greek coefficients of the standard and Asian options. The empirical illustration included in the article is carried out on the examples of pricing simulations of the options issued on EUR/PLN.

